

Matematik
Matematiktak for
tiende klasse.
1. udgave 1999.

33 32 58 28 86

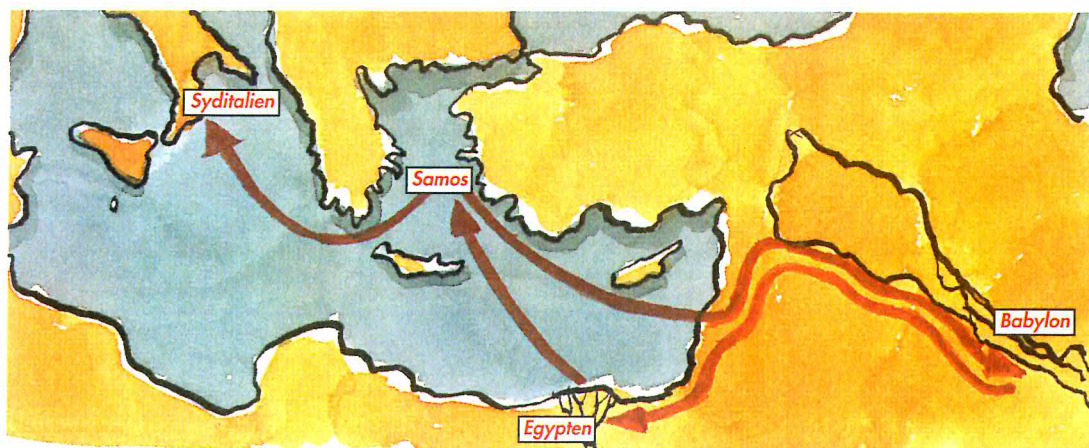
FRENTZ JONNA HØEGH MIKAEL SKÅNSTRØM

EMATIKT

GRUP
binarium

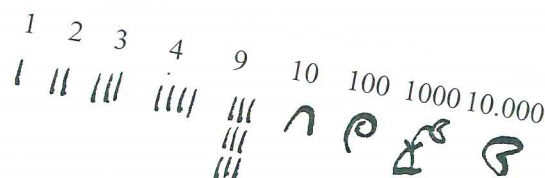
FOR
TIENDE
KLASSE
—
ALINEA

I Pythagoras' fodspor

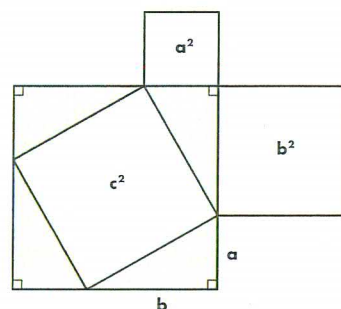


Pythagoras blev født på øen Samos 572 f.Kr. Fra omkring 540 f.Kr. rejste han rundt og besøgte bl.a. Egypten og Babylon og døde i Sydditalien i år 497 f.Kr.

- 1 I Egypten stiftede Pythagoras bekendtskab med et titalssystem skrevet med hieroglyffer.



- Skriv tallet med vores cifre.
 - Fordobl det og skriv det med hieroglyffer.
 - Halver det og skriv det med hieroglyffer.
 - Hvor mange tegn skal der bruges til at skrive 999 med hieroglyffer?
 - Skriv og regn $2586 + 33451$ med de egyptiske hieroglyffer.
- 2 I Egypten så Pythagoras de såkaldte rebstrækkere opmåle landet ved at lave retvinklede trekanter med en "kubitsnor". Pythagoras var den første som ved hjælp af ræsonnementer beviste sætningen $a^2 + b^2 = c^2$ i en retvinklet trekant.
- Find arealet af det store kvadrat udtrykt ved a og b .
 - Find arealet af en af de retvinklede trekanter.
 - Forklar, hvorfor $(a + b)^2 = 4\left(\frac{a \cdot b}{2}\right) + c^2$.
 - Begrund ud fra tegningen og din forklaring Pythagoras' sætning.



Matematik
Zenit 9 - matematik.
Grundbog.
1998.

Peter Bollerslev, Vagn Harbo
Viggo Hartz, Peter Olesen
Leif Ørsted Petersen & Ib Trankjær

zenit

M A T E M A T I K

GRUNDBOG
Gyldendal Undervisning

KÅRUP
seminarium

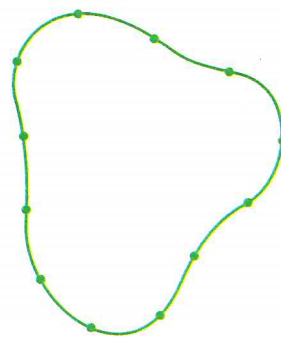
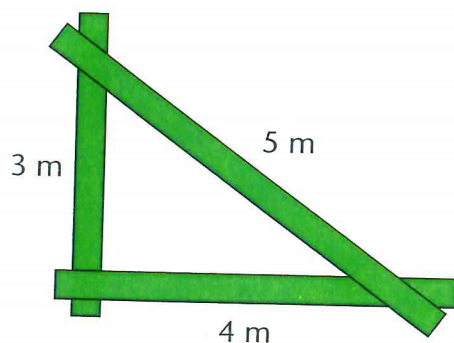
»» Pythagoras

Når mureren skal starte sit arbejde med at bygge et hus, skal han være nogenlunde sikker på, at grundformen bliver rektangulær. Det betyder, at han skal være sikker på, at murene danner rette vinkler med hinanden. Hvordan kan han det? Den lille vinkelmåler, du kender fra skolen, kan ikke direkte hjælpe.

Gartneren, som er ved at anlægge en have med et rektangulært blomsterbed. Hvordan sikrer han sig rette vinkler i hjørnerne?

Hver for sig har de to håndværkerne gennem tiderne lært små praktiske metoder.

Mureren får læredrengen til at tømre tre brædder sammen. Et på 3 m, et på 4 m og et på 5 m. Så ved han, at han har en ret vinkel.



Gartneren benytter en snor, som han har forberedt med 12 knuder, som er lavet med lige stort mellemrum. Ved hjælp af snoren, der er bundet sammen, kan han gøre noget, der minder om murerens løsning. Han kan nemlig med snoren lave en trekant med 3, 4 og 5 knudemellemrum. Også han mener, at han har løst problemet.

Hvordan kan det forklares?

Da egypterne byggede pyramiderne, må bygmestrene have haft lignende problemer. De må have løst dem, selv om vi ikke direkte kan finde noget om, hvordan de gjorde.

Men pyramiderne står der jo.

Pyramiderne er mere end 4000 år gamle, men først ca. 600 år før Kristus har nogen skrevet om dem.



I oldtiden mente man, at pyramiderne var bygget af giganter – kæmper – som, troede man, havde levet i fortiden. Endnu i dag har man store problemer med at forestille sig dem bygget med almindelig menneskekraft.

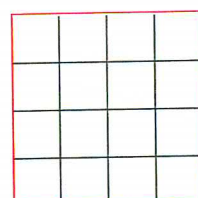
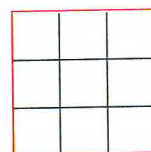
Man har tillagt Pythagoras at have løst problemet med at lave rette vinkler.

Som du måske har læst tidligere, blev han født på Samos, en lille græsk ø. Han arbejdede med geometri, som han dels selv fandt på, og som han havde lært af dem, som var før ham. Måske nogle af dem, som byggede pyramiderne.

Vi skal se på det problem, som Pythagoras siges at have løst.

Det gør vi ved først at se lidt på nogle kvadrater, som er bygget af mindre kvadratiske brikker.

- Undersøg, om alle de små kvadrater, som tilsammen udgør de to store kvadrater, kan sættes sammen på en anden måde, så de danner ét kvadrat.
- Prøv derefter, om du kan finde andre eksempler på, at man kan lave to kvadrater, som kan bygges om til ét kvadrat.



Den pythagoræiske sætning

Denne trekant kunne være en tegning af den trekant, som mureren lavede af 3 brædder.

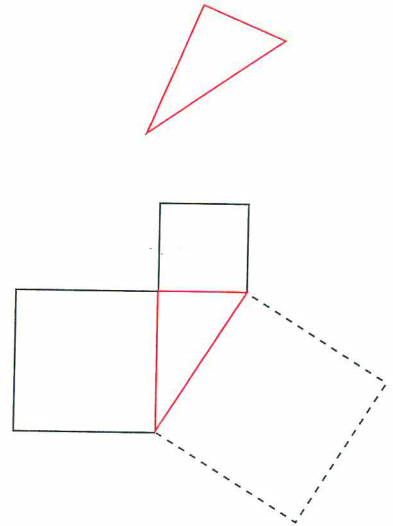
Vi laver nu en tegning, hvor der er bygget kvadrater på trekantens to korte sider.

På den foregående side kunne vi se, at de to kvadrater lagt sammen gav et nyt kvadrat. Skrevet med tal ser det således ud:

$$3^2 + 4^2 = 25$$

og det gælder jo, at $25 = 5^2$.

I dette tilfælde er summen af de to sideres kvadrater lig med kvadratet på den tredje side. Vi vil nu undersøge, om dette også gælder i andre tilfælde.

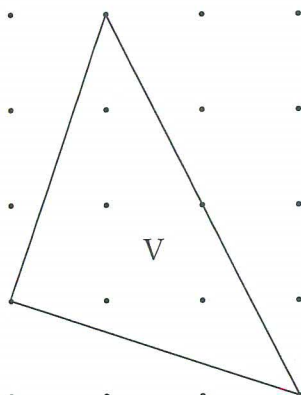
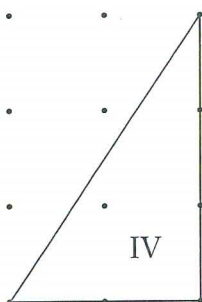
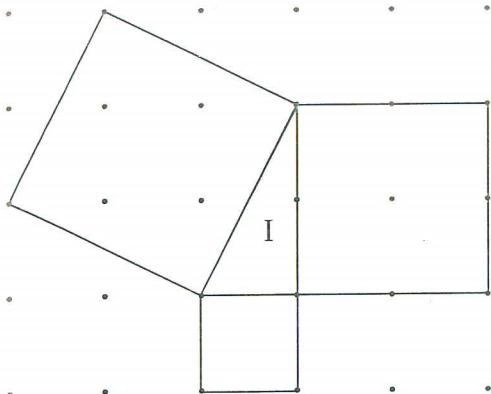


Undersøgelse

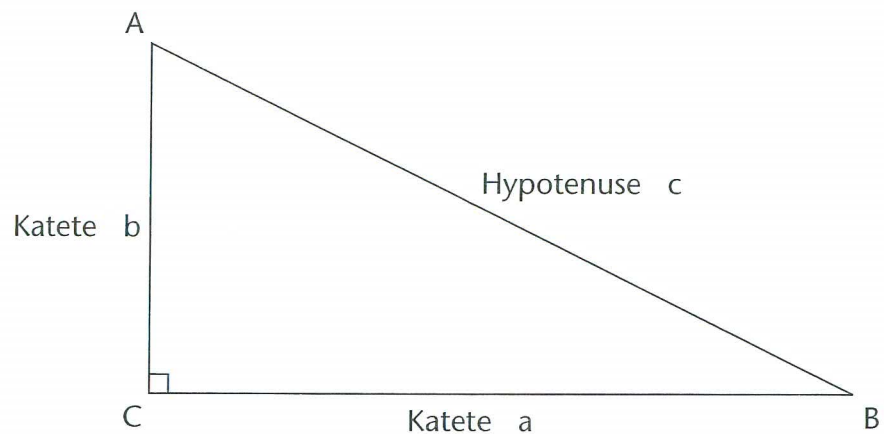
Trekanterne på næste side er tegnet på prikpapir, hvor afstanden mellem prikkerne er 1 cm. Du kan også benytte 1 cm kvadratpapir eller sømbræt.

- 1 Tegn ved hver trekant kvadrater på alle tre sider.
- 2 Beregn trekanternes arealer.
- 3 Sammenlign de to små kvadraters arealer med det stores areal.

Hvad er et fælles navn for alle 5 trekanter?



Bevis for den pythagoræiske sætning



Siderne i en retvinklet trekant har særlige navne: *Kateter* og *hypotenuse*. Se tegningen.

Pythagoras formulerede følgende sætning om retvinklede trekanter:

I en retvinklet trekant er summen af kateternes kvadrater altid lig med kvadratet på hypotenusen.

Kvadraterne kan med betegnelserne fra tegningen skrives a^2 , b^2 og c^2 .

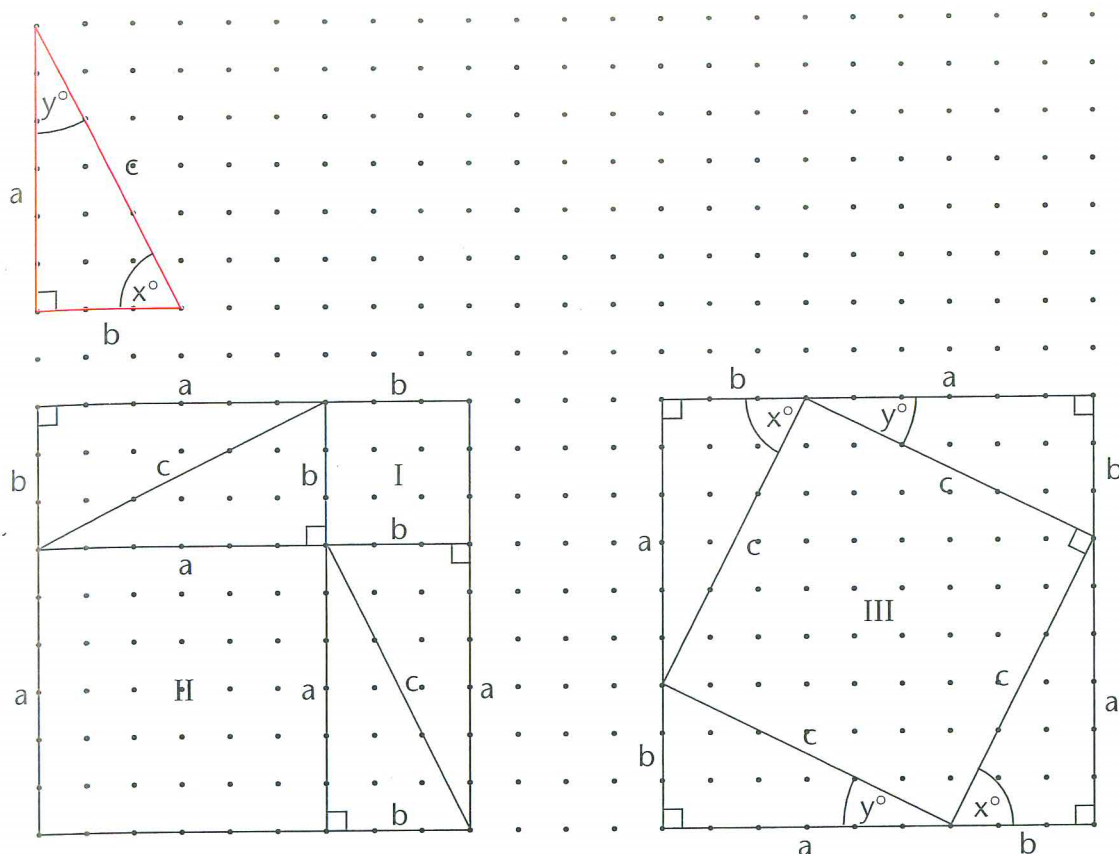
Sætningen kan derfor formuleres således:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Beviset

På næste side er tegnet en tilfældig retvinklet trekant med siderne a , b og c .

Desuden er tegnet to lige store kvadrater, hvor kvadraternes sidelængde er summen af trekantens to korte sider $a + b$.



Når du skal bevise den pythagoræiske sætning kan du gribe opgaven an på denne måde:

- Beskriv, hvordan hver af de to kvadrater er bygget op.
- Begrund, at begge kvadrater rummer 4 trekanter, som er magen til den oprindelige trekant.
- Begrund, at der i det venstre kvadrat findes to kvadrater, I og II, som er kateternes kvadrater.
- Begrund, at der i det højre kvadrat er et kvadrat, III, som er hypotenusens kvadrat.
Her er det et problem, at man ikke umiddelbart kan vide om vinklerne i kvadrat III er rette.
Lidt hjælp: På tegningen er vinklerne $y + x = 90^\circ$.
- Begrund nu ud fra tegningen, at $a^2 + b^2 = c^2$.